Espaces vectoriels normés

Étude locale

- limites, continuité en un point, sur A. Propriétés algébriques, composition. Cas où l'espace d'arrivée est de dimension finie.
- Caractérisation par les suites, par les voisinages. Les applications linéaires sur un espace de dimension finie sont lipschitziennes donc continues.
- Ouverts et fermés relatifs à une partie A
- Caractérisation de la continuité par les images réciproques d'ouverts/fermés.
- Image directe d'un compact, existence d'extrema pour une fonction à valeurs réelles.
- Continuité uniforme. Théorème de Heine.

Révisions sur les déterminants

- Quelques rappels rapides sur les déterminants (famille de vecteurs, endomorphismes, matrices).
- Méthodes de calculs, déterminant par blocs, développements, déterminant de Vandermonde
- Comatrice. Relation $A.{}^t\mathrm{Com}(A) = {}^t\mathrm{Com}(A).A = \det(A)I_n$.

Réduction des endomorphismes

Éléments propres d'un endomorphisme, d'une matrice

- Éléments propres. Caractérisation des valeurs propres en dimension finie par le déterminant de $f - \lambda id$.
- Propriétés sous-espaces propres : stables, endomorphisme induit, somme directe des sous-espaces propres.
- Cas des matrices. Cas de la transposée, $\dim E_\lambda(A) = \dim E_{\bar{\lambda}}(A)$ si $A \in M_n(\mathbb{R})$.

Questions de cours

1/ Image directe d'un compact

2/ Caractérisation de la continuité par les images réciproques des ouverts.

3/ Déterminant de Vandermonde.

4/ Comatrice. Relation $A.{}^t\mathrm{Com}(A) = {}^t\mathrm{Com}(A).A = \det(A)I_n$.

5/ Espaces propres - définition et propriété de somme directe.