

Révisions - Intégration sur un segment

La même chose que le programme précédent.

Intégration sur un intervalle

- Intégrales convergentes d'une fonction continue par morceaux (sur les différents types d'intervalles). Propriétés (linéarité, positivité, caractère défini, relation de Chasles)
- Intégrales absolument convergentes, intégrabilité d'une fonction.
- Critères de comparaison, fonctions de référence (fonctions $x \mapsto 1/x^\alpha$ et exponentielles). Les intégrales de Bertrand ont été traitées mais hors.prog : elles peuvent être utilisées mais il faut savoir redémontrer les différents cas. Règles de Riemann ($x^\alpha f(x)$).
- Liens divers entre intégrabilité, convergence d'intégrales et limite.
- Intégrales semi-convergentes : exemple de $\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t}$ (convergence et non-intégrabilité). Méthode par développement asymptotique.
- Intégration des relations de comparaison (o , O et \sim dans les cas d'intégrabilité ou non).
- Il faut **complètement** maîtriser les différents liens entre l'intégrabilité et l'existence des limites pour les primitives (cas positif, cas quelconque) et les passages d'une notion à l'autre.

Questions de cours

- 1/ Critères de comparaison (\leq , o , \sim) pour des fonctions positives sur $[a, \infty[$.
- 2/ Lien entre convergence et convergence absolue (et démonstration)
- 3/ Intégrabilité (ou non) de $x \mapsto \frac{1}{x^\alpha \ln^\beta x}$ sur $[2, +\infty[$.
- 4/ Étude de $\int_\pi^{+\infty} \frac{\sin t}{t}$: convergence et non absolue convergence.
- 5/ Formule de changement de variable sur un intervalle (et démonstration sur $[a, b]$)
- 6/ Intégration des relations de comparaison en $+\infty$: cas de fonctions intégrables sur $[a, +\infty[$ (pour o et équivalent).
- 7/ Intégration des relations de comparaison en $+\infty$: cas de fonctions non-intégrables sur $[a, +\infty[$ (pour o et équivalent). On supposera que la fonction qui sert de comparaison est positive sur tout $[a, +\infty[$.