

Révisions - Intégration sur un segment

- Fonctions continues par morceaux. Propriétés de l'intégrale sur un segment (la construction n'a pas été refaite), formule de Cauchy-Schwarz (et cas d'égalité).
- Sommes de Riemann (subdivision régulière).
- Primitives d'une fonction continue sur un intervalle, théorème d'existence. Utilisation pour l'étude d'intégrales dépendantes de leurs bornes. Quelques extensions aux fonctions continues par morceaux.
- Calcul des intégrales : IPP et formule de changement de variable sous la forme

$$\int_{\varphi(\alpha)}^{\varphi(\beta)} f(t) dt = \int_{\alpha}^{\beta} (f \circ \varphi)(u) \varphi'(u) du$$

avec φ de classe \mathcal{C}^1 sur $[\alpha, \beta]$ et f continue sur un intervalle contenant $\varphi([\alpha, \beta])$ - écriture lorsque φ est bijective.

- Formule de Taylor avec reste intégral.
- quelques méthodes usuelles : fractions rationnelles simples, polynômes et fractions en sin et cos (seulement $\tan(t/2)$ au programme mais on peut utiliser d'autres règles), polynôme-exponentielle, fractions $F(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$.
- Approximation uniforme (à ε) d'une fonction continue par morceaux sur un segment par une fonction en escalier.

Révisions - limites, DL et équivalents

Développements limités, recherches de limite : le but est de maîtriser les techniques de calcul de DL simples, essentiellement pour déterminer un équivalent simple d'une expression et calculer des limites. On demande une bonne connaissance des ordres de grandeurs et des opérations possibles.

Questions de cours

- 1/ Inégalité de Cauchy-Schwarz (fonctions à valeurs réelles) et cas d'égalité (cas de fonctions continues)
- 2/ Limite de $\frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{k}{n}\right)$ dans le cas où la fonction est continue sur $[0, 1]$
- 3/ Théorème fondamental : si f est continue sur I , alors $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ est l'unique primitive de f qui s'annule en a (avec $a \in I$) - se limiter à un point intérieur à I .
- 4/ Formules d'intégration par parties et de changement de variable.
- 5/ Formule de Taylor avec reste intégral. Application : écriture de $\sin x$ sous forme de somme d'une série.